



Άσκηση 1 (παράγωγος αθροίσματος)

Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = 4x + 5 \quad \beta) f(x) = x^2 + 5x + 2024 \quad \gamma) f(x) = 7x^3 + 5x^2 - 3x + 1$$

$$\delta) f(x) = 3e^x + 9 \quad \epsilon) f(x) = 2\ln x + 5x + \frac{1}{x} \quad \sigma\tau) f(x) = 3\eta\mu x - 2\sigma\upsilon\nu x$$

$$\zeta) f(x) = 2\sqrt{x} + 3\ln x \quad \eta) f(x) = \sqrt[3]{x}, x > 0 \quad \theta) f(x) = 5\eta\mu x - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{3}$$

Υπόδειξη: για το $\epsilon) \frac{1}{x} = x^{-1}$ άρα $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$.

για το $\eta) \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \dots$

Άσκηση 2 (παράγωγος γινομένου)

Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \ln x \cdot \sigma\upsilon\nu x \quad \beta) f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \quad \gamma) f(x) = 2x^3 \cdot \ln x$$

$$\delta) f(x) = \sqrt{x} \cdot \eta\mu x \quad \epsilon) f(x) = (3x^2 + 5x) \cdot (2x + 7) \quad \sigma\tau) f(x) = e^x - 3x^2$$

$$\zeta) f(x) = \frac{x^2}{4} - 2x^3 \ln x \quad \eta) f(x) = \sqrt{x} \cdot (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x) \quad \theta) f(x) = 2x^3 \ln x + e^x \sqrt{x}$$

$$\iota) f(x) = x^3 \eta\mu x + 3x^2 \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu\theta$$

**Άσκηση 3** (παράγωγος πηλίκου)

$$\alpha) f(x) = \frac{x^2}{\ln x} \quad \beta) f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad \gamma) f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{e^x} \quad \delta) f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

$$\epsilon) f(x) = \frac{1 + \eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} \quad \sigma\tau) f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2} \quad \zeta) f(x) = \frac{1}{\eta\mu x} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$$

$$\eta) f(x) = \frac{x e^x}{x+2} \quad \theta) f(x) = \frac{x \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}{e^x} \quad \iota) f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{e^x}$$

Άσκηση 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x \cdot \eta\mu x - (x^2 - 2)\sigma\upsilon\nu x$. Να βρείτε τα όρια:

$$\text{i. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x^3} \quad \text{ii. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x^3}$$

Άσκηση 5

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x} \cdot \eta\mu x$, $x \geq 0$.

α) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f στο διάστημα $(0, +\infty)$.

β) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, +\infty)$.

γ) Ορίστε την συνάρτηση f' και εξετάστε αν είναι συνεχής στο $[0, +\infty)$.

Υπόδειξη: Για το β εξετάζουμε την παραγωγισιμότητα για $x = 0$ με το όριο του ορισμού.

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!