Happy School
Πρότυπο Κέντρο Εκπαίδευσης

Άσκηση 1 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης απλού τύπου)

Να εξετάσετε αν είναι παραγωγίσιμη στο δοσμένο σημείο καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις:

α) $f(x) = x^2 + x$ στο $x_0 = 1$

β) $g(x) = \sqrt{x-2}$ στο $x_0 = 2$

Άσκηση 2 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης πολλαπλού τύπου)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x < 0 \\ 2x + \eta\mu x, & x \geq 0 \end{cases}$. Να εξετάσετε αν είναι παραγωγίσιμη στο 0.

Υπόδειξη: Εξετάζουμε πρώτα αν είναι συνεχής και έπειτα αν είναι παραγωγίσιμη.

Άσκηση 3 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης πολλαπλού τύπου)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x \cdot e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ x - \eta\mu x, & x \geq 0 \end{cases}$. Να εξετάσετε αν είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο 0.

Άσκηση 4 (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης πολλαπλού τύπου)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x < 0 \\ x^5 + 15, & x \geq 0 \end{cases}$. Να εξετάσετε αν είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο 0.

Υπενθύμιση: Αν δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο τότε δεν είναι και παραγωγίσιμη σε αυτό

<u>Άσκηση 5</u> (Παράγωγος στο x_0 συνάρτησης με απόλυτη τιμή)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x+2| - 3x + 1$. Να βρείτε (αν υπάρχει) το $f'(-2)$.

<u>Άσκηση 6</u> (Υπολογισμός $f'(x_0)$ και κριτήριο παρεμβολής)

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : R \to R$ για την οποία ισχύει ότι: $|f(x) - 1| \leq x^2$ για κάθε $x \in R$.

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα y΄y.

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο x = 0 και να υπολογίσετε το $f'(0)$.

<u>Άσκηση 7</u> (Υπολογισμός $f'(x_0)$ από γνωστό όριο)

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : R \to R$ για την οποία ισχύει ότι: $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)-1}{x^2-1} = 1$

α) Να υπολογίσετε την τιμή $f(1)$

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο x = 1 και να υπολογίσετε την $f'(1)$.

γ) Να αποδείξετε ότι η $h(x) = f(x) \cdot \sqrt{x^2+3}$ είναι παραγωγίσιμη στο 1 και να υπολογίσετε την $g'(1)$.

Υπόδειξη: Στο γ θα έχουμε $\lim_{x\to 1} \dfrac{h(x)-h(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)\cdot\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} =$

$$\lim_{x\to 1} \frac{f(x)\cdot\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2+3} + \sqrt{x^2+3} - 2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\left(\frac{f(x)\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2+3}}{x-1} + \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}\right) = \ldots$$

Happy School
Πρότυπο Κέντρο Εκπαίδευσης

<u>Άσκηση 8</u> (Υπολογισμός $f'(x_0)$ από γνωστό όριο)

Αν μια συνάρτηση $f: R \to R$ είναι συνεχής και $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) + x^2 - 7x}{x^2 - 2x} = 2$

i. Να βρείτε το $f(0)$

ii. Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 0 και να βρείτε το $f'(0)$.

iii. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - \eta\mu x}{\sqrt{x+4} - 2}$.

<u>Άσκηση 9</u> (Υπολογισμός ορίου από γνωστή $f'(x_0)$)

Δίνεται η συνάρτηση $f: R \to R$ η οποία είναι παραγωγίσιγη στο $x_0 = 3$. Αν $f(3) = 5$ και $f'(3) = 2$ τότε να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \to 3} \frac{3f(x) - xf(3)}{x - 3}$

Υπόδειξη: $\lim_{x \to 3} \frac{3f(x) - xf(3)}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{3f(x) - 3f(3) + 3f(3) - xf(3)}{x - 3} = \ldots$

<u>Άσκηση 10</u> (Υπολογισμός ορίου από γνωστή $f'(x_0)$)

Δίνεται η συνάρτηση $f: R \to R$ για την οποία ισχύει ότι $f(2) = 3$ και $f'(2) = 4$. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 2x}$ β) $\lim_{x \to 2} \frac{f^2(x) - 9}{x^2 - 4}$ γ) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) + 1 - x^2}{x - 2}$

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!