Happy School
Πρότυπο Κέντρο Εκπαίδευσης

<u>Άσκηση 1</u> (εξέταση αν μια συνάρτηση είναι συνεχής σε σημείο του πεδίου ορισμού της)

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x^2+3} - 2}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$ είναι συνεχής στο x = 1.

<u>Άσκηση 2</u> (εξέταση αν μια συνάρτηση είναι συνεχής σε σημείο του πεδίου ορισμού της)

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \frac{5\eta\mu x + x}{x^2 - 2x}, & x < 0 \\ 2x - 3, & 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{3 - \sqrt{x+6}}{2 - \sqrt{x+1}}, & x > 3 \end{cases}$ είναι συνεχής στο x = 1 και στο x = 3.

<u>Άσκηση 3</u> (εξέταση αν μια συνάρτηση είναι συνεχής)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 3^x + lnx, & x > 1 \\ x^2 - 5x & x \leq 1 \end{cases}$. Να εξετάσετε την f ως προς την συνέχεια.

Υπόδειξη: προσοχή δεν ζητείται να εξετάσετε αν είναι συνεχής σε σημείο αλλά αν είναι γενικά συνεχής συνάρτηση δηλαδή σε όλο το πεδίο ορισμού της που είναι το R.

<u>Άσκηση 3</u> (συνέχεια συνάρτησης και προσδιορισμός παραμέτρων)

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + \beta x + \gamma}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 4, & x = 1 \end{cases}$

α) Να αποδείξετε ότι β = 2 και γ = -3.

β) Να σχεδιάσετε την γραφικής παράσταση της συνάρτησης f.

<u>Άσκηση 4</u> (συνέχεια και συναρτησιακή σχέση)

Δίνεται η συνάρτηση $f : R \to R$ της οποίας η γραφική παράσταση δε διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Επιπλέον ισχύει ότι: $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ για κάθε $x, y \in R$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή f(0).

β) Αν η f είναι συνεχής στο 0, να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής σε όλο το R.

Υπόδειξη:
Για το α) προσοχή άμα φτάσετε σε σχέση της μορφής $f(0) = f(0) \cdot f(0)$ δεν διαγράφουμε το f(0) και παίρνουμε f(0) = 0. Αυτό είναι λάθος διότι διαγράφοντας το f(0) ουσιαστικά είναι σαν να διαιρούμε και τα δυο μέλη με αυτό τον αριθμό. Όμως δεν γνωρίζουμε αν αυτός ο αριθμός είναι διάφορος του μηδενός, όποτε δεν μπορούμε να διαιρέσουμε με αυτόν. Αυτό που κάνουμε είναι να τα πάμε όλα στο 1ο μέλος και να καταλήξουμε έπειτα από παραγοντοποίηση σε γινόμενο ίσο με το μηδέν.

Για το β) Συμβουλευτείτε την αντίστοιχη άσκηση που κάναμε στο μάθημα. Για να είναι η f συνεχής στο R αρκεί να δείξω ότι: $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_0)$, με $x_0 \in R$.

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!