<u>Άσκηση 1</u> (Σύνολο τιμών και εξίσωση)

Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $ln(x-1)+e^{x-2}=1$ έχει μια μόνο ρίζα.

<u>Άσκηση 2</u> (Σύνολο τιμών και εξίσωση)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=lnx+e^{x}$.

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=2012$ έχει ακριβώς μια θετική ρίζα.

<u>Άσκηση 3</u> (Σύνολο τιμών και εξίσωση)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{x}-e^{-x}$.

α) Βρείτε το A_f

β) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία

γ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f.

δ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $e^{x}\sqrt{x}=1+2020e^{x}$ έχει μοναδική λύση.

Υπόδειξη: Για το δ διαιρέστε με e^{x} την εξίσωση. Όποτε θα γίνει $\sqrt{x}=e^{-x}+2020 \Leftrightarrow$ $\sqrt{x}-e^{-x}=2020 \Leftrightarrow f(x)=2020$

<u>Άσκηση 4</u> (Σύνολο τιμών και εξίσωση)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=e^{-x}-\sqrt{x-1}-lnx$.

α) Να δείξετε ότι είναι γνησίως φθίνουσα.

β) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x΄x σε ένα μόνο σημείο.

<u>Άσκηση 5</u> (Θ.Μ.Ε.Τ + Θ.Ε.Τ)

Δίνεται η συνάρτηση $f : [2,5] \to R$. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $x_0 \in [2,5]$ τέτοιο ώστε:

$10 \cdot f(x_0) = 7f(3) + 3f(4)$.

<u>Άσκηση 6</u> (εύρεση τύπου συνεχούς συνάρτησης)

Δίνεται συνεχής συνάρτηση f:[-3,3] $\to R$ για την οποία ισχύει: $x^2 + f^2(x) = 9$ για κάθε $x \in [-3,3]$.

α) Να λύσετε την εξίσωση f(x) = 0.

β) Αν επιπλέον η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο M(0,3), τότε να βρείτε τον τύπο της f.

<u>Άσκηση 7</u> (εύρεση τύπου συνεχούς συνάρτησης)

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : R \to R$ για την οποία ισχύει: f(1) ≠ 0 και $f^2(x) - 6f(x) + 5 = x^4 + 4x^2$ για κάθε $x \in R$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή f(1).

β) Να βρείτε τον τύπο της f.

Υπόδειξη: για το β προσθέστε +4 όποτε θα δημιουργηθούν και στα δυο μέλη αναπτύγματα της ταυτότητας του τετραγώνου αθροίσματος.

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!