



Άσκηση 1 (μηδενική επί φραγμένη)

Να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \eta\mu \frac{1}{x} \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta\mu x - x}{x} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x} \right) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sqrt{x+1} - 1} \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right)$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta\mu^2 x \cdot \eta\mu \frac{1}{x}}{x} \right)$$

Υπόδειξη: στο δ θα πολλαπλασιάσουμε πάνω και κάτω με το x ώστε να δημιουργηθεί το

$$\text{όριο} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta\mu^2 x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\eta\mu x}{x} \right)^2 = 1^2 = 1. \text{ Έτσι θα επιτύχουμε άρση της}$$

απροσδιοριστίας. Έπειτα δουλεύουμε κατα τα γνωστά.

Άσκηση 2 (επίλυση ορίου με χρήση βοηθητικής συνάρτησης)

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2x + 4}{x - 3} = 10$. Να

υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 3x}$$



Άσκηση 3 (η διάσημη ανίσωση $|ημx| \leq |x|$)

α) Να λύσετε την εξίσωση: $ημ(x^3 - 4x) = x^3 - 4x$

β) Να λύσετε την ανίσωση: $ημ(2^{-x} - x^3 - 3) > x^3 + 3 - 2^{-x}$

Υπόδειξη: στο β θα προκύψει μια ανίσωση την οποία για να την λύσουμε θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια SOS μέθοδο που είχαμε δει στην αρχή του μαθήματος. Θα θεωρήσετε συνάρτηση f. Έπειτα θα βρείτε μια ρίζα x_0 (με δοκιμή) της $f(x) = 0$. Έπειτα θα αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως μονότονη. Άρα θα ισχύει ότι $f(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) > f(x_0) \Leftrightarrow \dots$ (εκμεταλλευόμαστε την μονοτονία της f).

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!