

**Άσκηση 1**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2e^{x-3} - 1$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι 1-1.
- β) Να ορίσετε την συνάρτηση  $f^{-1}$ .
- γ) Να μελετήσετε την  $f^{-1}$  ως προς τη μονοτονία.

**Άσκηση 2**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x - \ln(x - 2)$ . Να βρείτε (αν ορίζεται) την συνάρτηση  $f^{-1}$ .

**Άσκηση 3**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3x^5 + x + 3$  η οποία έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι αντιστρέψιμη.
- β) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $f^{-1}$ .
- γ) Να λύσετε την ανίσωση:  $f^{-1}(f(x^2 - 3) - 4) > 0$

**Υπόδειξη:** ισχύει ότι:  $f(0) = 3 \Leftrightarrow f^{-1}(3) = 0$  άρα η ανίσωση γίνεται  $f^{-1}(f(x^2 - 3) - 4) > f^{-1}(3) \dots$

**Άσκηση 4**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^{x-2} + x - 1$  η οποία έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι αντιστρέψιμη.
- β) Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $f^{-1}$ .
- γ) Να λύσετε την εξίσωση:  $e^{x^5+x^3-2} + x^5 + x^3 = 2f^{-1}(e + 2) - 3$ .

**Υπόδειξη:** Ισχύει  $f(3) = e + 2 \Leftrightarrow f^{-1}(e + 2) = 3$



### **Άσκηση 5**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -x^3 - x + 12$  η οποία έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι αντιστρέψιμη.

β) Να υπολογίσετε την τιμή  $f^{-1}(14)$ .

γ) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της  $f^{-1}$  με την ευθεία  $y = x$ .

**Παρατήρηση:** Προσοχή. Όταν ζητάει να αποδείξετε ότι μια συνάρτηση αντιστρέφεται ουσιαστικά ζητάει να αποδείξετε ότι η συνάρτηση αυτή είναι 1 - 1. Δεν σας ζητάει επομένως να βρείτε και την  $f^{-1}$ . Αυτό θα πρέπει να δηλώνεται ρητά από την εκφώνηση. Π.χ να ορίσετε την  $f^{-1}$ .

**ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!**