

Συναρτησιακές σχέσεις και Μονοτονία συναρτήσεων**Άσκηση 1**

Για την συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - 1$ (1) για όλα τα x . Να βρείτε την f .

Υπόδειξη: θέσε $x = \frac{1}{x}$ στην (1) και λύσε το σύστημα των (1) και (2).

Άσκηση 2

Για την συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνωστό ότι για κάθε $x, y \neq 0$ ισχύει:

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

(α) $f(1) = 0$

(β) Για κάθε $x, y \neq 0$ ισχύει $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

(γ) Για κάθε $x, y \neq 0$ ισχύει. $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

(δ) $f(-1) = 0$

(ε) Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $f(-x) = f(x)$.

Άσκηση 3

Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις ακόλουθες συναρτήσεις:

α) $f(x) = \ln(x - 1) + 3x^2$ β) $f(x) = \frac{2}{x} - \ln x$ γ) $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 3} - x$

Άσκηση 4

Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις ακόλουθες συναρτήσεις:

$$\alpha) f(x) = \begin{cases} e^x - x^2, & x \leq -1 \\ 3 - \ln(x+1), & x > -1 \end{cases} \quad \beta) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x + 2, & x < 0 \end{cases}$$

ΚΑΛΟ ΔΙΑΒΑΣΜΑ !!!