

Ασκήσεις στο (2.3)



Άσκηση 1

Για κάθε πραγματικό αριθμό x με την ιδιότητα $5 < x < 10$:

α) Να γράψετε τις παραστάσεις $|x-5|$ και $|x-10|$ χωρίς απόλυτες τιμές

β) Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10}$

Υπόδειξη: δεν ξεχνάμε ότι τα ερωτήματα σχετίζονται μεταξύ τους...

Άσκηση 2

α) Αν $a < 0$, να αποδειχθεί ότι: $a + \frac{1}{a} \leq -2$

β) Να αποδειχθεί ότι: $|a| + \left| \frac{1}{a} \right| \geq 2$ για κάθε $a \in R$.

Άσκηση 3

Δίνεται η παράσταση $A = |x-1| + |y-3|$, με x, y πραγματικούς αριθμούς για τους οποίους ισχύει: $1 < x < 4$ και $2 < y < 3$. Να αποδείξετε ότι:

α) $A = x - y + 2$

β) $0 < A < 4$

Υπόδειξη: Για το ερώτημα β θα πρέπει να θυμηθούμε τις ιδιότητες της διάταξης...

Πρόσθεση κατα μέλη κτλ...



Άσκηση 4

α) Αν $x \neq 0$ και $y \neq 0$ και ισχύει $|x + y| > |x - y|$ να αποδείξετε ότι οι αριθμοί x και y είναι ομόσημοι.

β) Να αποδείξετε ότι: $\alpha \cdot \beta + |\alpha \cdot \beta| \geq |a| \cdot \beta + a \cdot |\beta|$, για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$.

Υπόδειξη:

- Για το a έχουμε ότι και τα δυο μέλη είναι μη αρνητικά άρα μπορούμε ισοδύναμα να υψώσουμε σε έναν φυσικό εκθέτη (π.χ στο τετράγωνο). Θυμόμαστε την ιδιότητα:
 $|x|^2 = x^2$.
- Για το β τα πάμε όλα στο πρώτο μέλος και θυμόμαστε τις ιδιότητες
 $|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$, $|a| \geq a$... καθώς και την παραγοντοποίηση...

Καλό διάβασμα !!!