



### **Ασκήσεις στο (1.3): Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα**

#### **Άσκηση 1** (γραμμικός συνδυασμός διανυσμάτων)

Δίνονται τα μη παράλληλα διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$  και τα διανύσματα  $\vec{\gamma} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$  και  $\vec{\delta} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{\delta}$  δεν είναι παράλληλα.

β) Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{u} = 4\vec{a} - 2\vec{\beta}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{\delta}$ .

**Υπόδειξη:** Για να αποδείξουμε ότι τα  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{\delta}$  δεν είναι παράλληλα αξιοποιούμε την εις άτοπο απαγωγή. Λέμε επομένως ότι έστω τα  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{\delta}$  είναι παράλληλα. Τότε θα υπάρχει  $\lambda \in \mathbb{R} : \vec{\gamma} = \lambda \vec{\delta}$  και με κατάλληλες πράξεις οδηγούμαστε σε άτοπο.

#### **Άσκηση 2** (συνευθειακά σημεία)

Δίνονται τα σημεία A, B, Γ, Δ και Ε για τα οποία ισχύει ότι:

$$3\overrightarrow{A\Delta} - 3\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{\Delta\Gamma} = 4\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{E\Gamma} + 9\overrightarrow{B\Delta}.$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

#### **Άσκηση 3** (διανυσματική ακτίνα μέσου)

Αν Κ, Λ είναι τα μέσα των πλευρών AB και ΓΔ τυχαίου τετράπλευρου ΑΒΓΔ, να αποδειχθεί

$$\text{ότι: } \overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{B\Delta} = 2\overrightarrow{K\Lambda}.$$



**Άσκηση 4** (διανυσματική ακτίνα μέσου)

Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τυχαίο σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $B\Gamma$ . Αν  $K, \Lambda, M$  είναι τα μέσα

των  $BA, \Delta\Gamma, B\Gamma$  αντίστοιχα τότε να αποδείξετε ότι:  $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AL} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD}$