

(2.1) Οι πράξεις και οι ιδιότητες τους**Άσκηση 1** (κοινός παράγοντας)

Να κάνετε γινόμενα τις ακόλουθες παραστάσεις:

(i) $6ax^2 - 4ax^2y + 8axy^2$

(ii) $x(x^2 + 5x) - 3(15 + 3x)$

(iii) $(x - 2)^2 - 3x + 6$

Άσκηση 2 (ομαδοποίηση)

(i) $a^2 - a - \beta\gamma + \alpha\beta\gamma$

(ii) $5y^3 + 10y^2 - 3axy - 6a$

(iii) $x(a + \beta) - (\alpha\beta + x^2)$

Άσκηση 3 (ταυτότητες)

Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

(i) $(x - 2)^2 - 16$

(ii) $9a^4 - 12a^2\beta^3 + 4\beta^6$

(iii) $x^3(x^2 - 1) + 1 - x^2$

**Άσκηση 4** (τριώνυμο)

Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις:

(i) $x^2 - 4x + 3$

(ii) $\beta^2 + 2\beta - 8$

(iii) $y^2 + 4y + 5$

Άσκηση 5 (ευθεία απόδειξη)

Να αποδείξετε ότι:

(i) $(x + 2y)^2 - (2x + y)^2 = 3(y - x)(x + y)$

(ii) $(a - 3\beta)^2 - (\beta - 3\alpha)^2 + 8(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = 0$ (προαιρετικά)

Σημείωση: Αξιοποίησε τις ταυτότητες για να αποδείξεις ότι οι παραπάνω ισότητες ισχύουν. Ξεκίνα από το πρώτο μέλος και με κατάλληλες πράξεις πρέπει να καταλήξεις στο δεύτερο. Αυτή η μέθοδος απόδειξης ονομάζεται ευθεία απόδειξη.

Άσκηση 6 (απόδειξη με αντιπαράδειγμα)

Να εξετάσετε αν η παρακάτω πρόταση είναι αληθής ή ψευδής και να αιτιολογήσετε γιατί.

$$\text{« Ισχύει ότι } a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \text{ για κάθε } a \in R \text{ »}$$

Σημείωση: Σκεφτόμαστε να θέσουμε κάποια τιμή στο a για την οποία αν και θα ισχύει η υπόθεση το συμπέρασμα εντούτοις δεν θα ισχύει. Τότε θα έχουμε αποδείξει με την χρήση αντιπαραδείγματος ότι η πρόταση αυτή δεν ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό.



Άσκηση 7 (απόδειξη με εις άτοπο απαγωγή)

Να αποδείξετε ότι αν το γινόμενο δυο ακέραιων αριθμών είναι περιττός, τότε και οι δυο αριθμοί είναι περιττοί.